# Redystrybucja momentów zginających w ciągłych elementach płytowych ze zbrojeniem kompozytowym typu FRP

REDISTRIBUTION OF BENDING MOMENTS IN CONTINUOUS SLAB ELEMENTS WITH FRP REINFORCEMENT

#### Streszczenie

Charakterystyka wytrzymałościowa zbrojenia GFRP jest sprężysto-liniowa w całym zakresie, co znacząco różni ją od stali zbrojeniowej z typową liniowo-plastyczną charakterystyką, która istotnie wpływa na redystrybucję momentów belek i płyt żelbetowych. Wystąpienie zjawiska redystrybucji w belkach zbrojonych GFRP zostało już opisane w publikacjach jednak nadal pozostaje wiele nieścisłości odnośnie wpływu czynników takich jak: utrata przyczepności zbrojenia do betonu, stopień zbrojenia, moduł sprężystości GFRP i zbrojenie na ścinanie. Nadrzędnym celem badań była weryfikacja redystrybucji momentów zginających w ciągłych płytach ze zbrojeniem GFRP. Dwie płyty o schemacie dwuprzęsłowym o jednakowych rozpiętościach w świetle podpór 2,6 m obciążano siłą P położoną w środku każdego przęsła. Wyniki badań wykazały, że w obu płytach redystrybucja momentów postępowała z podpory do przęsła i w obu płytach doszło do zniszczenia na ścinanie.

### Abstract

The strength characteristic of GFRP reinforcement is elastic-linear throughout, which significantly differs from reinforcing steel with typical linear-plastic characteristics, which significantly affects the moment redistribution of reinforced concrete beams and slabs. The occurrence of the redistribution phenomenon in GFRP-reinforced beams has already been described in publications, but there are still many inaccuracies regarding the influence of factors such as loss of adhesion of reinforcement to concrete, degree of reinforcement, elastic modulus of GFRP and shear reinforcement. The overarching objective of the study

prof. dr hab. inż. Renata Kotynia – Politechnika Łódzka, Wydział Budownictwa, Architektury i Inżynierii Środowiska, Katedra Konstrukcji Betonowych

mgr inż. Konrad Szczepański – Politechnika Łódzka, Interdyscyplinarna Szkoła Doktorska

was to verify the redistribution of bending moments in continuous slabs with GFRP reinforcement. Two slabs of a two-span scheme with equal spans in the view of the supports of 2.6 m were loaded with a force P located at the center of each span. The test results showed that in both slabs the redistribution of bending moments proceeded from the support to the span and shear failure occurred in both slabs.

## 1. Wstęp

Zbrojenie FRP (Fiber Reinforced Polymer) produkowane w kilku rodzajach materiałów (GFRP - Glass Fiber Reinforced Polymer, AFRP – Aramid, CFRP – Carbon, BFRP - Basalt) jest od dawna dostępne na rynku budowlanym i stanowi interesującą alternatywę dla zbrojenia stalowego. Ma ono zastosowanie przede wszystkim w konstrukcjach specjalnych, gdzie wyjątkowe właściwości zbrojenia, takie jak brak zdolności korozyjnych, neutralność elektromagnetyczna, bardzo wysoka wytrzymałość na rozciąganie i niski ciężar powodują, że jego zastosowanie przy spadającej w ostatnim czasie cenie jest uzasadnione (tab. 1).

Tab	. 1	Charakterystyka	prętów	typu	FRP	(ACI	440.1R-15	[20]	and	fib	Bulletin	40	[19])
oraz	s	talowych	-										

Damanata	Rodzaj prętów					
rarametr	GFRP	AFRP	CFRP	Stal		
Gęstość, kg/m³	1250 do 2100	1720 do 2540	600 do 3690	7850		
Moduł Younga $E_{L'}$ GPa	35 do 60	40 do 125	120 do 580	200		
Współczynnik rozszerzalności cieplnej $\alpha_{L, l}$ 10-6/°C	6 do 10	– 2 to – 6	– 9 to 0	11,7		
Wytrzymałość na rozciąganie $f_{\mu}$ , MPa	390 do 1680	890 do 2500	770 do 2550	450 do 700		
Maksymalne odkształcenie, %	1,2 to 3,7	1,9 to 4,4	0,5 to 1,7	5 to 20		

Redystrybucja momentów zginających polega na zmianie rozkładu sił wewnętrznych pod wpływem zmiany obciążenia lub sztywności elementu. Zagadnienie redystrybucji w belkach zbrojonych prętami GFRP zostało już opisane w publikacjach [1-15], gdzie wyraźnie udowodniono, że mimo zdecydowanie mniejszej odkształcalności prętów typu FRP w stosunku do stali oraz ich liniowo sprężystej charakterystyki naprężenie-odkształcenie (rys. 1), redystrybucja momentów rzeczywiście występuje, a przy tym może mieć kluczowe znaczenie dla nośności elementów. Powyższe publikacje nadal pozostawiają wiele nieścisłości dotyczących: przyczepności zbrojenia do betonu, stopnia zbrojenia, modułu sprężystości tego zbrojenia, wpływu skrępowania poprzecznego oraz wpływu wymiarów elementu na stopień redystrybucji. Dotychczas nie przeprowadzono badań dotyczących zagadnienia redystrybucji momentów zginających ze zbrojeniem typu FRP na elementach płytowych.



Rys. 1 Charakterystyka porównawcza naprężenie-odkształcenie prętów FRP i stalowych (ACI 440.1R-15 [20] i fib Bulletin 40 [19]).

#### 2. Stan wiedzy

Dotychczas opublikowano szereg badań jednoprzęsłowych elementów betonowych ze zbrojeniem kompozytowym różnego typu (GFRP, CFRP, BFRP), jednak brakuje miarodajnych badań elementów wieloprzęsłowych oraz płytowych, które jednoznacznie określiły by wpływ zbrojenia FRP na redystrybucję momentów w takich elementach.

Jedno z pierwszych badań belek dwuprzęsłowych ze zbrojeniem niemetalicznym potwierdziło możliwość wystąpienia redystrybucji momentów zginających [1] w elementach ze zbrojeniem FRP, ale autorzy nie wskazali jednoznacznej zależności pomiędzy stopniem zbrojenia podłużnego, a stopniem redystrybucji. Program badawczy [2] był jednym z pierwszych, w którym badano elementy o przekroju teowym wraz z oceną wpływu jednoczesnego zastosowania zbrojenia głównego i strzemion FRP. Badania [3] potwierdziły niewielki stopień redystrybucji belek projektowanych według zaleceń ACI 440 [20], ale wyniki tych badań nie wykazały jednoznacznych wniosków odnoszących się do wpływu zmiennych parametrów na stopień redystrybucji momentów zginających. Temat stanów granicznych SGN i SGU projektowania konstrukcji betonowych zbrojonych prętami typu FRP poruszono w publikacji [20]. Badania [1,4,5] potwierdziły występowanie redystrybucji w belkach dwuprzęsłowych ze zbrojeniem FRP, a tym samym stały się podstawą do projektowania takich elementów z założeniem redystrybucji momentów. W pracy [5] wykazano również, że ze względu na możliwą utratę przyczepności zbrojenia typu FRP do betonu należy uwzględnić to zjawisko, w rozważaniach z uwzględnieniem różnych rodzajów wykończenia powierzchni zbrojenia niemetalicznego. Zagadnienie wpływu zbrojenia poprzecznego na redystrybucję momentów zginających omówiono w tej samej pracy [5], wskazując na wpływ różnic w stopniu skrępowania belek na redystrybucję momentów zginających po zarysowaniu. Mniejszy rozstaw strzemion znacząco poprawił redystrybucję momentów zginających i zwiększył nośność na zginanie elementów konstrukcyjnych [6].

Istotnym aspektem jest określenie wpływu utraty przyczepności zbrojenia FRP do betonu na nośność belek. Badania [7] potwierdziły, że utrata przyczepności zbrojenia FRP do betonu nad podporą oraz zwiększony stopień redystrybucji momentu nie prowadziły do zmniejszenia nośności przy zginaniu. Zjawisko to można było tłumaczyć postępującą redystrybucją z podpory do przęsła. Na uwagę zasługuje praca [8], w której stwierdzono niekorzystny wpływ obciążenia asymetrycznego na stopień redystrybucji momentów w belkach ciągłych ze zbrojeniem FRP. Z drugiej strony praca [9] potwierdziła brak spadku nośności elementu po wystąpieniu redystrybucji momentów w porównaniu z nośnością otrzymaną z analizy sprężystej.

W publikacjach [10, 11] opisani badania belek w małej skali, a następnie wykonano modele numeryczne, kalibrowane na ich podstawie. Wnioski z tych badań stały się podstawą przy projektowaniu konstrukcji wieloprzęsłowych z uwzględnieniem redystrybucji momentu zginającego. Stwierdzono, że przezbrojenie przęsła oraz jednoczesnym zbrojeniu niższym niż graniczny stopnień zbrojenia nad podporą środkową miały korzystny wpływ na ugięcia belek. Jednym ze sposobów zmniejszenia ugięć belki i zwiększenia sztywności przy zachowaniu zwiększonej odporności na warunki środowiskowe jest zastosowanie dodatkowego zbrojenia stalowego w drugiej warstwie zbrojenia. Koncepcja ta była podstawą programów badawczych [12-15], które potwierdziły znaczną redukcję ugięć oraz korzystny wpływ na występowanie redystrybucji momentu przy stosowaniu zbrojenia hybrydowego FRP-stal. Dokładny przegląd dotychczasowych badań w tej dziedzinie przedstawiono w publikacji [23].

#### 3. Badania doświadczalne

Najważniejszymi czynnikami wpływającymi na redystrybucję momentów są: stopień zbrojenia w przęśle i nad podporą, zbrojenie na ścinanie, które poprawia związanie betonu, oraz przyczepność zbrojenia do betonu. Do badań redystrybucji momentów najczęściej wybierane są elementy belkowe, a w przypadku elementów zbrojonych prętami FRP, nie przeprowadzono jeszcze badań tego zjawiska na elementach płytowych. W celu oszacowania wpływu stopnia zbrojenia na redystrybucję momentów zginających postanowiono przebadać innowacyjne w tej dziedzinie elementy płytowe (ze zmniejszeniem stopnia zbrojenia nad podporą i zwiększeniem rozpiętości w celu uwypuklenia zjawiska redystrybucji). Ponadto w elementach płytowych bez dodatkowego zbrojenia na ścinanie wpływ skrępowania betonu będzie znacznie ograniczony, a więc liczba zmiennych parametrów ulegnie zmniejszeniu.

Program badań obejmował dwie płyty o rozpiętości przęseł 2,3 m (rys. 2).



Rys. 2 Wymiary oraz zbrojenie płyt

Płyty poddano próbie pięciopunktowego zginania analogicznie do schematu przedstawionego na rysunku 3.



Rys. 3 Schemat badania

Płyty miały przekrój prostokątny 800x180mm (rys. 4) zbrojony prętami GFRP. Głównym parametrem zmiennym jest stosunek zbrojenia przęsła do podpory. Stosunek ten wynosił 0,8 dla pierwszej płyty B1-G-E zbrojonej według sprężystego rozkładu momentów oraz 1,5 dla drugiej płyty B2-G-R (z założoną 20% redystrybucją momentów z podpory do przęsła) (rys. 2,3,4; tab. 2).

Obliczenia nośności przeprowadzono zgodnie z [22], szacując nośność płyt na zginanie 150kN. Dodatkowym bardzo ważnym badanym parametrem jest nośność płyt na ścinanie bez dodatkowego zbrojenia na ścinanie. Przewidywana nośność na ścinanie według [22] wynosi 50kN. W przypadku elementów płytowych jest to ostrożny szacunek i rzeczywista nośność na ścinanie płyt będzie znacznie wyższa [18, 21]. Przewidywany model zniszczenia dla obu płyt to zniszczenie na ścinaniu przed osiągnięciem maksymalnej nośności przy zginaniu.



Rys. 4 Przekrój płyty i schemat zbrojenia

Belki zostały wykonane z mieszanki betonowej dostarczonej z lokalnej wytwórni. Maksymalny wymiar kruszywa w mieszance betonowej miał 16mm średnicy. Zbrojenie główne płyt stanowiły pręty GFRP średnicy 10mm o żebrowanym wykończeniu powierzchni. Średnia wytrzymałość na rozciąganie uzyskana w badaniach doświadczanych wyniosła 1258,19MPa, a średni moduł sprężystości GFRP 51,35GPa. Z badań na normowych próbkach walcowych uzyskano średnią wytrzymałość betonu na ściskanie wartości 32,8MPa. Dodatkowe zbrojenie konstrukcyjne płyty wykonano z prętów GFRP o średnicy 6mm. Zbrojenie płyt oraz sposób zbrojenia płyt przedstawiono w tabeli 2. Zbrojenie w szalunku przed betonowaniem przedstawiono na rysunku 5.

Płyty	Zbrojenie dołem	$\rho_{sp}$ [%]	Zbrojenie górą	ρ <sub>su</sub> [%]	$\rho_{sp}/\rho_{su}[\text{-}]$	d[mm]
B1-G-E	4φ10	0,21	5φ10	0,25	0,8	150
B2-G-R	6φ10	0,31	4φ10	0,21	1,5	150

Tab. 2 Zbrojenie płyt.



Rys. 5 Zbrojenie płyty przed betonowaniem

### 4. Aparatura badawcza do badań

Dwuprzęsłowe płyty oparto na trzech stalowych podporach na stalowych łożyskach zapewniających przesuw. Między podporę a płytę wstawiono podkładki z elastomeru. Obciążenie z dwóch hydraulicznych siłowników (400kN) było przekazywane przez trawers wykonany ze stalowego kształtownika w środku dwóch przęseł (rys. 6).



Rys. 6 Stanowisko badawcze

Odczyt siły w siłownikach zapisano w postaci ciśnienia, a następnie na tej podstawie określono aktualną siłę w siłowniku. W miejscu skrajnych podpór umieszczono po dwa siłomierze. Siłę na podporze określono, jako sumę odczytów siły z dwóch siłowników pod podporą. Do wyznaczenia siły w podporze środkowej przyjęto, wartość średnią siły z podpór skrajnych, a następnie na podstawie odczytu sił w siłownikach hydraulicznych wyznaczono siłę w podporze środkowej.

Na początku badania obciążenie płyty było zwiększane co 5kN do poziomu 20kN. Następnie kontynuowano obciążenie zwiększając je o wartość 2kN do zarysowania elementu płytowego. Po zarysowaniu kontynuowano obciążenie zwiększając stopniowo co 5kN i kontrolując ugięcia płyt oraz odkształcenia prętów zbrojeniowych. Po uzyskaniu obciążenia 90kN dla płyty B1-G-E oraz 105kN dla B2-G-R zwiększano obciążenie w sposób ciągły aż do zniszczenia elementu.

### 5. Wyniki

Spodziewanym modelem zniszczenia płyty B1-G-E oraz B2-G-R było zniszczenie na ścinanie. Maksymalna siła uzyskana dla płyty B1-G-E wynosiła 109,80kN. Dalsze obciążanie zostało przerwane ze względu na bardzo duży przyrost ugięcia płyty przy spadku siły. Jeden z prętów GFRP dolnej siatki w przęśle poddanym działaniu siły obciążającej uległ zerwaniu, pozostałe wykazały uszkodzenia typowe dla prętów zginanych (rys.7).



Rys. 7 Płyta B1-G-E po zniszczeniu

Płyta B2-G-R uległa nagłemu zniszczeniu na ścinanie pod wpływem maksymalnego obciążenia 116,01kN (rys. 8). Zniszczenie płyt było poprzedzone znaczącym ugięciem i zarysowaniem.



Rys. 8 Płyta B2-G-E po zniszczeniu na ścinanie

Podczas badania mierzono reakcję na skrajnych podporach oraz siłę przekazywaną na płytę przez siłowniki hydrauliczne. Na tej podstawie obliczono reakcję na podporze środkowej oraz siły wewnętrzne (ścinanie i momenty). Stopień redystrybucji wyznaczono według wzoru:

$$\beta = \frac{M_{u,test} - M_{u,cal}}{M_{u,cal}} [\%]$$

 $\rm M_{u,test}$  – moment obliczony na podstawie odczytu sił w podporach  $\rm M_{u,cal}$  – moment obliczony z tablic Winklera

Rozwój zmian momentu zginającego w przęśle oraz stopień redystrybucji w przęśle względem rosnącego obciążenia przedstawiono na rysunku 9 i 10. W przypadku obu płyt wystąpiła redystrybucja momentów z podpory do przęseł. Dla zakresu 55-70kN redystrybucja momentów do przęsła utrzymywała się na bardzo zbliżonym poziomie. Powyżej wartości obciążenia 70kN zaobserwowano wyraźny wzrost momentu w przęśle dla płyty B2-G-E. W zakresie 85-95kN doszło do zbliżenia wartości momentów w przęsłach dla płyt B1-G-E i B2-G-R. Wraz ze wzrostem obciążenia moment w przęśle dla płyty B2-G-R osiągał znacząco wyższe wartości niż w przypadku płyty B1-G-E. Przed zniszczeniem obu płyt można było zauważyć spadek redystrybucji.

Płytę B1-G-E zaprojektowano z założeniem braku redystrybucji i stosunkiem stopnia zbrojenia w przęśle do podpory równym 0,8. Mimo to płyta przez cały okres badania utrzymywała znaczący stopień redystrybucji momentów z podpory do przęsła. Płyta B2-G-R była zaprojektowana z założeniem 20% redystrybucji z podpory do przęsła i stosunkiem stopnia zbrojenia w przęśle do stopnia zbrojenia nad podporą wartości 1,5. Na rysunku 10 przedstawiono zmiany stopnia redystrybucji w zależności od obciążenia dla



Rys. 9 Zależność moment zginający-obciążenie w przęśle

płyt B1-G-E oraz B2-G-R. Dla płyty B2-G-R, podobnie jak w przypadku płyty B1-G-E, nastąpiła redystrybucja momentów zginających z podpory do przęsła. Do wartości obciążenia 70kN stopień redystrybucji w obu płytach był porównywalny, powyżej tej wartości płyta B2-G-R osiągnęła wyższy stopień redystrybucji. Wyjątkowa sytuacja nastąpiła dla obciążenia bliskiego 93kN, gdzie w przypadku obu płyt nastąpił znaczący spadek stopnia redystrybucji (wyższy dla płyty B2-G-R), a następnie nastąpił ponowny wzrost. Wykresy stopnia redystrybucji dla obu płyt są dość rozbieżne, chociaż spadki i wzrosty stopnia redystrybucji następowały przy zbliżonych obciążeniach.



Rys. 10 Stopień redystrybucji momentów zginających w przęśle w funkcji obciążenia

W płycie B1-G-E stopień redystrybucji momentów zginających (β) obliczony dla momentu zginającego nad podporą w chwili zniszczenia wyniósł 7,58%, podczas gdy w płycie B2-G-R uzyskano znacznie większą redystrybucję 24,39% od podpory do przęseł (rys. 10,11; tab. 3).

Płyty	Momenty zginają sprężyst	Momenty z przy znisz [kNn	β[%]		
	przęsło	podpora	przęsło	podpora	
B1-G-E	-G-E 39,43 47,51		41,23	43,91	7,58
B2-G-R	41,62	50,16	47,98	37,92	24,39

Tab. 3. Stopień redystrybucji (β) oraz momenty zginające



Rys. 11 Moment rzeczywisty (linia przerywana) oraz wynikający z obliczeń bez uwzględnienia redystrybucji (linia ciągła) w chwili zniszczenia płyt

Siła tnąca w miejscu najwyższego obciążenia płyty B1-G-E wynosiła 73,95kN, co jest wartością o 45,58% większą od przewidywanej według [22]. W płycie B2-G-R wystąpiło nagłe zniszczenie na ścinanie w przęśle w pobliżu trawersu przenoszącego obciążenie. Niszcząca siła tnąca wyniosła 74,27kN, co jest wartością o 37,98% wyższą od obliczonej nośności na ścinanie (Rys. 12; Tab. 4).

Tab. 4 Siła tnąca przewidywana oraz otrzymana podczas badań w chwili zniszczenia

Płyta	P <sub>u</sub> [kN]	Nośność na ścianie V <sub>rd</sub> [kN]	Tnąca V <sub>T</sub> [kN]	$(V_{Rd} - V_T) / V_T [\%]$
B1-G-E	109,80	40,24	73,95	45,58
B2-G-R	116,01	46,06	74,27	37,98

Na rysunku 12 przedstawiono wykres siły tnącej między trawersem, a podporą środkową w funkcji obciążenia. Przez cały okres badania siła tnąca była niższa niż przy założeniu sprężystej pracy elementu. Zaobserwowano wzrost reakcji na podporach skrajnych oraz spadek reakcji w podporze środkowej względem układu bez uwzględnienia redystrybucji momentów.



Rys. 12 Siła tnąca w miejscu zniszczenia płyty (między podporą środkową, a trawersem)

### 6. Wnioski

Wykonane badania i analizy wykazały, że w płytach, podobnie jak w przypadku belek, może dojść do redystrybucji momentów zginających. Zarówno w płycie B1-G-E z założeniem sprężystego rozkładu momentów zginających oraz płycie B2-G-R z założoną redystrybucją uzyskano znaczną redystrybucję z podpory do przęseł. Redystrybucja momentów zmieniała się znacząco wraz ze wzrostem obciążenia. W obu przypadkach płyty zniszczyły się ze względu na ścinane przed osiągnięciem maksymalnej nośności na zginanie tych elementów. Niszcząca siła ścinająca była znacznie wyższa od maksymalnej nośności na ścinanie obliczonej według norm. Potwierdza to hipotezę, że norma [22] bardzo zachowawczo szacuje nośność na ścinanie elementów płytowych.

#### Literatura

- D. Mostofinejad, 'Ductility and moment redistribution in continuous FRP reinfoced concrete beams.', Ph.D. Thesis, Department of Civil and Environmental Engineering Carleton University, Canada, 1997.
- [2] N. F. Grace, A. K. Soliman, G. Abdel-Sayed, and K. R. Saleh, 'Behavior and Ductility of Simple and Continuous FRP Reinforced Beams', J. Compos. Constr., vol. 2, no. 4, pp. 186–194, Nov. 1998, doi: 10.1061/(ASCE)1090-0268(1998)2:4(186).
- [3] M. N. Habeeb and A. F. Ashour, 'Flexural Behavior of Continuous GFRP Reinforced Concrete Beams', J. Compos. Constr., vol. 12, no. 2, pp. 115–124, Apr. 2008, doi: 10.1061/(ASCE)1090-0268(2008)12:2(115).
- [4] M. El-Mogy, A. El-Ragaby, and E. El-Salakawy, 'Flexural Behavior of Continuous FRP-Reinforced Concrete Beams', J. Compos. Constr., vol. 14, no. 6, pp. 669–680, Dec. 2010, doi: 10.1061/(ASCE) CC.1943-5614.0000140.
- [5] M. El-Mogy, 'Behaviour of Continuous Concrete Beams Reinforced with FRP Bars', Ph.D. Thesis, Department of Civil Engineering University of Manitoba Winnipeg, Canada, 2011.
- [6] S. Rahman and E. El-Salakawy, 'STR-895: MOMENT REDISTRIBUTION OF GFRP-RC CONTINUOUS T-BEAMS', Resilient Infrastruct. Can. Soc. Civ. Eng. Conf., pp. 895–1, 2016.
- [7] N. Baša, N. Kopitović Vuković, M. Ulićević, and M. Muhadinović, 'Effects of Internal Force Redistribution on the Limit States of Continuous Beams with GFRP Reinforcement', Appl. Sci., vol. 10, no. 11, Art. no. 11, Jan. 2020, doi: 10.3390/app10113973.

- [8] S. M. H. Rahman, K. Mahmoud, and E. El-Salakawy, 'Moment redistribution in glass fiber reinforced polymer-reinforced concrete continuous beams subjected to unsymmetrical loading', Eng. Struct., vol. 150, pp. 562–572, Nov. 2017, doi: 10.1016/j.engstruct.2017.07.066.
- [9] N. Baša, M. Ulićević, and R. Zejak, 'Experimental Research of Continuous Concrete Beams with GFRP Reinforcement', Adv. Civ. Eng., vol. 2018, p. e6532723, Oct. 2018, doi: 10.1155/2018/6532723.
- [10] B. de Carvalho Matos, J. Correia, L. Castro, and P. França, 'Structural response of hyperstatic concrete beams reinforced with GFRP bars: Effect of increasing concrete confinement', Compos. Struct., vol. 94, pp. 1200–1210, Feb. 2012, doi: 10.1016/j.compstruct.2011.10.021.
- [11] P. Santos, G. Laranja, P. M. França, and J. R. Correia, 'Ductility and moment redistribution capacity of multi-span T-section concrete beams reinforced with GFRP bars', Constr. Build. Mater., vol. 49, pp. 949–961, Dec. 2013, doi: 10.1016/j.conbuildmat.2013.01.014.
- [12] M. S. Akiel, T. El-Maaddawy, and A. El Refai, 'Serviceability and moment redistribution of continuous concrete members reinforced with hybrid steel-BFRP bars', Constr. Build. Mater., vol. 175, pp. 672–681, Jun. 2018, doi: 10.1016/j.conbuildmat.2018.04.202.
- [13] A. M. Araba and A. F. Ashour, 'Flexural performance of hybrid GFRP-Steel reinforced concrete continuous beams', Compos. Part B Eng., vol. 154, pp. 321–336, Dec. 2018, doi: 10.1016/j.compositesb.2018.08.077.
- [14] H. Almahmood, A. Ashour, and T. Sheehan, 'Flexural behaviour of hybrid steel-GFRP reinforced concrete continuous T-beams', Compos. Struct., vol. 254, p. 112802, Dec. 2020, doi: 10.1016/j.compstruct.2020.112802.
- [15] H. Diab, T. Khaled, and M. Rashwan, 'Flexural behavior of RC continuous T-beams reinforced with hybrid CFRP/ steel bars (experimental and numerical study)', JES J. Eng. Sci., vol. 49, no. No 2, pp. 215–247, Mar. 2021, doi: 10.21608/jesaun.2021.64888.1034.
- [16] D. Szczech and R. Kotynia, 'Beam Bond Tests of GFRP and Steel Reinforcement to Concrete', Arch. Civ. Eng., vol. 64, pp. 243–256, Dec. 2018, doi: 10.2478/ace-2018-0072.
- [17] 'CSA S806-12: Design and construction of building structures with fibre reinforced polymers'. Canadian Standards Association (CSA), 2012.
- [18] Raffaello Fico, 'LIMIT STATES DESIGN of CONCRETE STRUCTURES REINFORCED with FRP BARS', Ph.D. Thesis, UNIVERSITY of NAPLES FEDERICO II, Italy, 2007.
- [19] FIB Task Group 9.3, 'FRP reinforcement in RC structures', Bulletin 40. 2007, p. 160., 2007
- [20] ACI 440.1R-15 Guide for the Design and Construction of Structural Concrete Reinforced with FRP Bars'. 2015.
- [21] Monika Kaszubska, 'ANALIZA WPŁYWU ZBROJENIA GŁÓWNEGO NA NOŚNOŚĆ ŚCINANIA BETONOWYCH BELEK BEZ ZBROJENIA POPRZECZNEGO', Ph.D. Thesis, Lodz University of Technology, Poland, 2018.
- [22] CEN (2019) CEN/TC 250/SC 2/WG 1/TG 1 N 0170 Draft Reinforcing With FRP'.
- [23] Konrad Szczepański, Renata Kotynia. 2023. Redystrybucja momentów zginających w dwuprzęsłowych belkach betonowych zbrojonych prętami FRP. Materiały Budowlane 608 (4): 36-40. DOI: 10.15199/33.2023.04.08.